

Wiskunde 3, 2001/2002

Tentamen, 16 november 2002

16.11.02

Zet op elk ingeleverd vel duidelijk je eigen naam. **Bladen waarop dit gegeven ontbreekt worden niet nagekeken!** Zet ook op het eerste blad je studentnummer.

De nummers tussen haakjes geven het aantal punten voor die opgave.

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{4}.$$

1. Definieer de functies $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x, y) = y^2$ en $g(x, y) = x^2 + y^3 - 1$.
 - (a) (2) Schets de verzameling gegeven door $g(x, y) = 0$.
 - (b) (3) Bepaal met de methode van Lagrangemultiplicatoren de extremen van f beperkt tot $g(x, y) = 0$. N.B.: Doe dit niet zonder Lagrangemultiplicatoren!
 - (c) (4) Bepaal de aard van deze extremen met een tweede-orde test.
2. Laat $D = [0, 1] \times [1, 2] \subset \mathbb{R}^2$, en definieer $T : D \rightarrow \mathbb{R}^2$ door $T(u, v) = (uv, v^2)$.
 - (a) (4) Toon aan dat T injectief (1-1) is.
 - (b) (5) Bereken $\int_{T(D)} x \, dx \, dy$.
3. Laat S het vlak zijn dat gegeven wordt door $x + y + z = 1$, met $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$.
 - (a) (4) Bereken $\int \int_S x \, dS$.
 - (b) (5) Bereken $\int_{\partial S} x \, dy - y \, dx$.
4. Zij S de kegel gegeven door de vergelijking $z^2 = x^2 + y^2$. Laat c de snijkromme zijn van deze kegel met het vlak $z + \frac{1}{2}\sqrt{3}x = \sqrt{3}$.
 - (a) (2) Schets S en c .
 - (b) (3) Vindt een parametrisering van c (kies zelf een oriëntatie).
 - (c) (4) Bereken $\int_c z \, ds$.